



**زیربرنامه:**

ConMeanFlow\_MatrixDiss

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| سامان کاووسی |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور، سامان کاووسی | |
| **تاییدکنندگان** |  | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 22/02/94 | |
| **شناسه سند** | **MC2F008F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

در این زیربرنامه مقدار بخش جابجایی معادلات حاکم با استفاده از روش جیمسون- اشمیت- ترکل[[1]](#footnote-1) (JST) محاسبه می‌گردد که جزو گروه روش‌های مرکزی[[2]](#footnote-2) بوده و در آن شار جابجایی با میانگین‌گیری جبری از متغیرهای جریان بر روی دو سمت ضلع به‌دست می‌آید. در این روش برای پایداری حل باید به معادلات، ترم اتلاف مصنوعی[[3]](#footnote-3) اضافه گردد که ترکیبی از مشتق‌های مرتبه‌ی دوم و چهارم متغیرهای جریان هستند و در ضمن دو ثابت و نیز داریم که برای هر مسئله باید به‌طور خاص تعیین گردد. این زیربرنامه می‌تواند برای جریان‌های غیرلزج، آرام و مغشوش بکار برده شود.

1. توضیحات و تئوری

بخش جابجایی معادلات نشان‌دهندة شار عبوري از مرز‌هاي سلول مي‌باشد. در اینجا نحوه‌ی گسسته‌سازی بخش جابجایی معادلات به کمک روش JST شرح داده می‌شود.

معادلات حاکم بر جریان غیرلزج معادلات اویلر می‌باشد که در دو بعد و به فرم ماتریسی به صورت زیر نوشته می‌شود[1] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که پس از انتگرال گیری به روش حجم محدود بر روی هر سلول خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

اگر مرزهای حجم کنترل یعنی *s* را در یک شبکه محاسباتی بصورت گسسته شده مانند ‏شکل (1) در نظر بگیریم، بخش جابجایی معادلات برای هر سلول بصورت زير محاسبه می‌شود[2] :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

\*

*j=1*

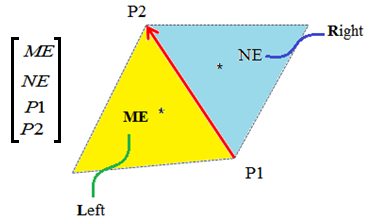
*i*

*j=2*

*j=Nedge*

1. مرزهای گسسته شده یک سلول[2]

در رابطه ‏(3)، *j* شمارنده اضلاع حجم کنترل مي‌باشد. ذکر این نکته بسیار حائز اهمیت است که فرض می‌شود مقادیر بقایی *W* در یک حجم کنترل برابر مقدار آن در مرکز حجم کنترل است. همچنین با توجه به حساسیت و توجه بسیار به ساختار داده‌ای در هنگام پیاده‌سازی روش JST، یکبار دیگر نحوه ذخیره‌سازی نقاط و همسایه‌های یک ضلع آورده می‌شود:



1. سلول های سمت چپ و راست یک ضلع [2]

در محاسبه شارها منظور از Lهمان سلول سمت چپ يا در واقع همان سلول اصلی و R نشان‌دهنده سلول سمت راست يا سلولي که در همسايگي سلول اصلی قرار دارد، می باشد.

ماتریس متغیرهای بقایی () و شارهای جابجایی () در دو بعد به صورت زیر می‌باشند:

|  |  |
| --- | --- |
|  | , , |

که در آن برای آنتالپی داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با در نظر گرفتن رابطه ‏(4)، می توان شار جابجایی عبوری از هر ضلع سلول () را بصورت زیر بازنویسی نمود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه‌ی ‏(6)، برای ، که سرعت عمود بر ضلع می‌باشد داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

روش JST اولین بار برای معادلات اویلر و توسط جیمسون، اشمیت و ترکل[3] در سال 1981 معرفی شد و در حقیقت نام این روش، برگرفته از حرف اول اسم نویسندگان آن می‌باشد. ماهیت روش JST جزو گروه روش‌های مرکزی بوده که در آنها ایده‌ی اصلی برای محاسبه‌ی شار جابجایی، استفاده از متغیرهای جریانی است که بر روی دو سمت وجه مورد نظر به صورت جبری میانگین گرفته شده‌اند. ولی این میانگین‌گیری جبری از متغیرهای جریان خود سبب مشکلاتی می‌گردد که از آن جمله می‌توان به ایجاد تجزیه‌ی زوج/فرد[[4]](#footnote-4) در میدان حل (ایجاد دو حل مستقل از هم در میدان حل) و نوسان جواب‌ها در نزدیکی محل شوک و پخش شدن[[5]](#footnote-5) آن اشاره نمود که برای رفع این مشکلات و کمک به پایداری حل باید یک ترم اضافی به نام ترم اتلاف مصنوعی به معادلات اضافه گردد[1]. ترم اتلاف مصنوعی شامل ترکیبی از مشتقات مرتبه دوم و چهارم متغیرهای جریان می‌باشد و به نوعی شبیه به شارهای لزج عمل می‌کند. به‌طور کلی روش‌های مرکزی در مقایسه با روش‌های بالادست از دقت کمتری در ناپیوستگی‌ها و لایه‌ی مرزی برخوردار هستند چرا که فیزیک جریان را در محاسبه‌ی شار دخیل ننموده و اطلاعات بالادست و پایین‌دست جریان را با یک وزن یکسان استفاده می‌کنند، ولی از نظر پیاده‌سازی ساده‌تر بوده و هزینه‌ی محاسباتی بسیار کم‌تری دارند. البته باید بدین نکته توجه داشت که این روش به خاطر داشتن ماهیت مرکزی، دقتی از مرتبه‌ی دوم داشته و از این نظر نسبت به روش‌های بالادست که در حالت کلی و بدون استفاده از روش‌های بازسازی شار[[6]](#footnote-6) دقت مرتبه‌ی اول دارند، برتری دارد.

روش جیمسون در ابتدا برای استفاده در حلگرهای سازمان‌یافته فرمول‌بندی شده بود ولی از آنجا که تولید شبکه پیرامون هندسه‌های پیچیده به صورت سازمان‌یافته بسیار مشکل بوده و در برخی موارد غیرممکن است، بنابراین نیاز به تصحیح و تکمیل این روش برای استفاده در حلگرهای غیرسازمان‌یافته احساس گردید[4]. از این‌رو در سال 1984 جیمسون با کمک بیکر[[7]](#footnote-7) و ویدریل[[8]](#footnote-8) روش را برای استفاده در حلگرهای غیرسازمان‌یافته توسعه داده و با کمک آن جریان پیرامون یک هواپیمای بویینگ 747 را با شبکه‌ی غیرسازمان‌یافته شبیه‌سازی نمودند[5].

برای شروع فرم کلی معادله‌ی اویلر را که بر روی یک حجم کنترل با روش حجم محدود انتگرال‌گیری شده است، به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در معادله‌ی بالا شار جابجایی عبوری از ضلع ام سلول مورد نظر می‌باشد که از رابطه‌ی‏(6) محاسبه می‌شود. با استفاده از روش مرکزی برای شار جابجایی عبوری خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه‌ی بالا، منظور از و محاسبه‌ی شار برای ضلع ام سلول بر اساس متغیرهای سلول اصلی و همسایه‌ی آن ضلع می‌باشد. همانطور که انتظار داشتیم به دلیل ماهیت مرکزی روش، برای محاسبه‌ی شار عبوری از ضلع ام سلول، میانگین شارهای سمت چپ و راست آن گرفته شده است ولی به‌دلیل مشکلات و معایبی که در اثر این کار به‌وجود می‌آید و پیشتر نیز درباره‌ی آن توضیح داده شد نیاز به اضافه نمودن ترم اتلاف مصنوعی به معادلات حاکم می‌باشد. ترم اتلاف مصنوعی شامل ترکیبی از اختلافات مرتبه دوم و چهارم[[9]](#footnote-9) متغیرهای جریان می‌باشد که در بخش با مرتبه‌ی دوم، عملگر لاپلاسین[[10]](#footnote-10) و در بخش با مرتبه‌ی چهارم، لاپلاسین لاپلاسین[[11]](#footnote-11) متغیرهای جریان برای هر سلول باید محاسبه گردد[5,6]. به منظور کاهش هزینه‌ی محاسبات، عملگر شبه-لاپلاسین[[12]](#footnote-12) به عنوان جایگزین لاپلاسین تعریف می‌شود[7]، که برای بردار متغیرهای بقایی () به فرم زیر است:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

، شبه-لاپلاسین متغیر برای سلول بوده و تعداد سلول‌های همسایه‌ی آن سلول می‌باشد. مقدار این ترم با استفاده از یک حلقه[[13]](#footnote-13) بر روی ضلع‌های هر سلول به‌دست می‌آید. بخش با مرتبه‌ی چهارم ترم اتلاف نیز برای هر سلول با جایگذاری به‌جای در رابطه ‏(10) محاسبه می‌شود. بنابراین فرم نهایی ترم اتلاف مصنوعی برای سلول به‌صورت زیر خواهد بود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در نهایت با اضافه نمودن ترم اتلاف به معادلات اویلر خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

بخش‌های مرتبه دوم و چهارم مربوط به ترم اتلاف را با استفاده از متغیر شعاع طیفی[[14]](#footnote-14) ماتریس ژاکوبین شارهای جابجایی مقیاس‌بندی[[15]](#footnote-15) می‌کنیم. بر این اساس مقدار شعاع طیفی برای سلول برابر خواهد بود با[8]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

و به ترتیب بیانگر سرعت ناوردا[[16]](#footnote-16) و سرعت صوت بر روی ضلع سلول بوده که بر اساس متغیرهای میانگین در دو سمت ضلع (سلول اصلی و همسایه) محاسبه می‌شوند. مقدار شعاع طیفی برای ضلع مشترک بین دو سلول و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در ترم اتلاف، هدف از اضافه نمودن بخش با مرتبه‌ی دوم جلوگیری از به وجود آمدن نوسان در نزدیکی شوک و اضافه نمودن بخش با مرتبه‌ی چهارم کمک به پایدار شدن و همگرایی حل می‌باشد. از یک حسگر مبتنی بر فشار به منظور بی‌اثر کردن بخش با مرتبه چهار در نزدیکی شوک و یا بخش مرتبه‌ی دو در نواحی با میدان جریان هموار[[17]](#footnote-17) استفاده می‌شود تا خطای اضافی در نواحی که نیاز به اتلاف مصنوعی بیشتر نیست، وارد میدان حل نگردد. بنابراین ضرایب و در رابطه‌ی ‏(11) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

برای هر بخش از ترم اتلاف نیاز به تعیین یک ثابت می‌باشد که بسته به نوع هر مسئله به‌طور خاص تعیین می‌گردد و با توجه به مقالات مختلف[1,3,9]، مقدار ثابت‌های و باید در محدوده‌ها‌ی داده شده در رابطه ‏(17) تعیین گردد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

نیز حسگر فشاری برای سلول بوده و از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

روشی که در بالا شرح داده شد، به نام روش اسکالر جیمسون و همکاران (JST scaler) شناخته می‌شود، ولی چون که در آن برای تصحیح ترم اتلاف مصنوعی مربوط به معادلات مختلف بقا (پیوستگی، مومنتوم و انرژی) از یک ضریب شعاع طیفی () یکسان استفاده می‌شود مقدار این ترم برای هر معادله به‌درستی تعیین نگردیده و کاهش دقت حل در مسایل مربوط به شوک و لایه‌ی مرزی را در پی خواهد داشت.

همانطور که می‌دانیم، در روش‌های بالادست از تئوری مشخصه‌ها برای تعیین جهت جریان استفاده می‌شود و فرم ترم اتلاف به صورت ماتریسی می‌باشد. سوانسون و همکاران[9] با ایده گرفتن از نحوه‌ی محاسبه‌ی ترم اتلاف در روش‌های بالادست، پیشنهاد استفاده از ماتریس ژاکوبین شار جابجایی () را به‌جای ضریب شعاع طیفی () در ترم اتلاف ارائه نمودند که در حقیقت با این کار، مقدار ترم اتلاف برای هر معادله‌ی بقا به‌طور مستقل محاسبه می‌شود و دقت افزایش می‌یابد. این روش جدید به عنوان روش اتلاف ماتریسی جیمسون و همکاران (JST Matrix) شناخته می‌شود که از نظر دقت و همچنین هزینه‌ی محاسبات به نوعی بین روش اسکالر اصلی جیمسون و روش‌های بالادست قرار می‌گیرد.

در صورتی که در رابطه‌ی ‏(11)، متغیر شعاع طیفی () را با ماتریس ژاکوبین شارهای جابجایی () که در آن از قدر مطلق مقادیر ویژه برای قطری نمودن استفاده شده است، جایگزین کنیم خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

با توجه به خاصیت هذلولوی بودن معادلات اویلر، ماتریس ژاکوبین () مربوط به شار جابجایی را می‌توان به فرم قطری و بر اساس بردارها و مقادیر ویژه‌ی آن به صورت زیر نوشت[10]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

که در رابطه‌ی بالا، ماتریس بردارهای ویژه سمت راست[[18]](#footnote-18)، ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ[[19]](#footnote-19) و ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه برای ماتریس ژاکوبین هستند که روابط آنها در زبر آورده شده است[11]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

در روابط بالا برای ضرایب داریم:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

ترم بیانگر مقدار سرعت عمود بر وجه سلول بوده و مقدار تمامی متغیرها در رابطه‌ی با میانگین‌ گرفتن از متغیرهای سلول‌های سمت چپ و راست ضلع محاسبه می‌شود.

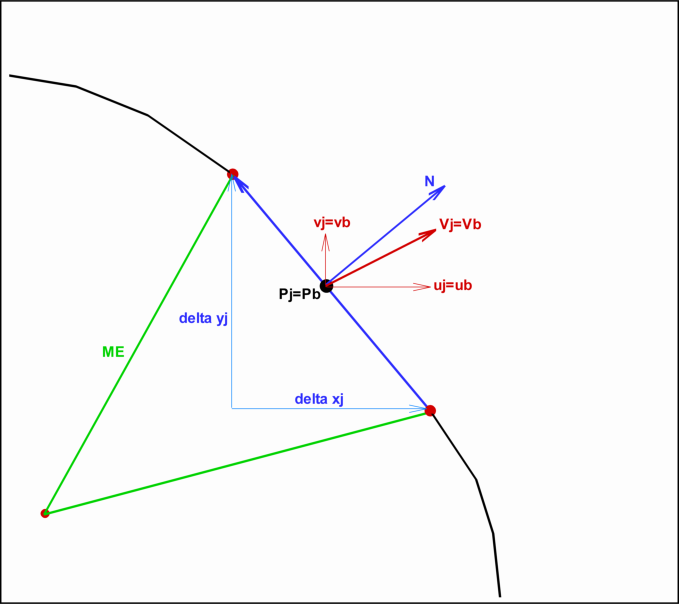
نکته‌ای که باید مورد توجه قرار گیرد این است که در عمل نمی‌توان مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین را به همان شکل خودشان در محاسبه‌ی ترم اتلاف به کار برد، چرا که در نزدیکی نقطه‌ی سکون مقدار ویژه‌ی برابر صفر شده و در نزدیکی خطوط صوتی نیز صفر می‌گردد، که در اینصورت مقدار ترم اتلاف در این نواحی صفر شده و مشکلات همگرایی و کاهش دقت را در پی دارد. به همین منظور سوانسون[9] پیشنهاد تصحیح این مقادیر را به صورت زیر ارائه داد:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

برای ثابت‌های و نیز با انجام آزمایشات زیاد و در نظر گرفتن پارامترهای مربوط به همگرایی حل، تیز گرفتن شوک و نبود نوسانات در اطراف آن محدوده‌ی زیر را پیشنهاد داد[9]:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

از آنجایی که در اضلاعی که بر روی مرز دوردست قرار دارند، مقادیر مورد نیاز در میانه ضلع با استفاده از شرایط مرزی دوردست بدست می آید، در اینجا مقادیر بدست آمده از شرایط مرزی دوردست بجای مقادیر میانه ضلع قرار داده می شود و روش JST برای اینکار استفاده نخواهد شد. از آنجا که جهت اضلاع همیشه بگونه ای می باشد که میدان محاسباتی در طرف چپ قرار دارد، بنابراین مقادیر محاسبه شده برای بخش جابجایی مستقیما به سلول مجاور آن اضافه می شود. ‏شکل (3) این موضوع را بهتر نشان می دهد.

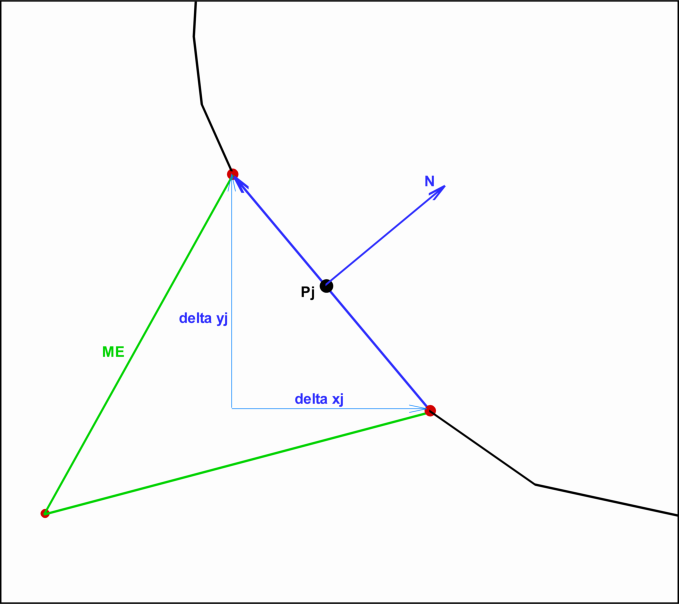


1. محاسبه بخش جابجایی در یک ضلع واقع بر روی مرزی دوردست

از آنجا که شرایط مرزی دیوار در اینجا اعمال می شود بنابراین محاسبه بخش جابجایی سلول های واقع بر روی مرز دیوار با در نظر گرفتن شرایط مرزی دیوار انجام می گردد. با توجه به شرایط مرزی دیوار، برای سلول های واقع بر روی این نوع مرزها فقط بخش شارهای فشار غیرصفر می باشد که باید از رابطه ‏(27) محاسبه گردد.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

در اینجا مقدار فشار در میانه ضلع برابر فشار سلول مجاور آن قرار داده می شود.



1. محاسبه بخش جابجایی در یک ضلع واقع بر روی مرز دیوار

جهت پرهیز از استفاده از دستورهای شرطی و در نتیجه صرفه جویی در زمان محاسبات، با توجه به نوع اضلاع، محاسبات در حلقه های جداگانه ای انجام می شود. برای این منظور اضلاعی که بر روی مرز دیوار، دوردست و غیرمرزی می باشند در حلقه های جداگانه ای محاسبه مقدار بخش جابجایی برای آنها انجام می شود.

1. بخش‌های زیربرنامه JST\_MTRX

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ذخیره بخش جابجایی

از آنجا که محاسبات مربوط به بخش جابجایی هر سلول بر روی اضلاع آن انجام می‌شود و این مقادیر به آرایه مربوط به هر سلول اضافه می‌گردد، بنابراین با یک پروسه اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم. به این دلیل باید آرایه‌ی مربوط به این‌کار در ابتدای زیربرنامه برابر صفر قرار داده شود.

1. محاسبه بخش جابجایی سلول‌های واقع بر روی مرزها

تفاوت محاسبه بخش جابجایی این سلول‌ها با سایر سلول‌های شبکه در اینست که در اینجا با استفاده از شرایط مرزی پارامترهای جریان از قبیل سرعت، فشار و چگالی محاسبه شده است و در این بخش تنها با استفاده از آنها مقدار بخش جابجایی محاسبه می‌گردد. توجه شود که در اینجا اضلاع مرزی نیز وارد محاسبات شده است اما با توجه به اینکه از شرط مرزی دیوار برای محاسبه سرعت و فشار در این اضلاع استفاده شده، تنها شارهای فشاری مخالف صفر خواهد بود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد. در اینجا چون سلول همسایه هر کدام از اضلاع مربوط به مرز دیوار برابر صفر است، تنها شماره سلول اصلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه مولفه‌های سرعت در راستای محورهای مختصات

مقدار مولفه‌های سرعت بر روی ضلع مورد بررسی در جهت محورهای مختصات با استفاده از مقادیر محاسبه شده با استفاده از شرایط مرزی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه فشار و بردار سرعت عمود بر ضلع

مقدار بردار سرعت در راستای عمود بر ضلع مورد بررسی، تعیین می‌گردد. همچنین مقدار فشار بدست آمده با استفاده از شرایط مرزی در یک پارامتر محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی

شار جابجایی در اضلاع مرزی با توجه به رابطه ‏(6) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول‌های واقع بر روی مرزها

مقدار بخش جابجایی معادلات برای سلول‌های واقع بر روی مرزها با توجه به مقادیر محاسبه شده در بخش قبل، در آرایه‌های مربوطه ذخیره می‌گردد.

1. مقداردهی به ثابت‌های تصحیح مقادیر ویژه

با توجه به پیشنهاد سوانسون[9]، مقدار ثابت‌های و را یکسان و برابر با قرار می‌دهیم.

1. مقداردهی اولیه به آرایه‌های مربوط به ذخیره ترم‌های مختلف

از آنجا که محاسبات مربوط به هر سلول بر روی اضلاع آن انجام می‌شود و این مقادیر به آرایه مربوط به هر سلول اضافه می‌گردد، بنابراین با یک پروسه اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم. به این دلیل باید آرایه‌ی مربوط به ترم‌های شبه-لاپلاسین، بخش‌های مختلف مربوط به حسگر فشار و مقدار ترم اتلاف مصنوعی در ابتدای زیربرنامه برابر صفر قرار داده شود.

1. محاسبه‌ی ترم شبه-لاپلاسین و بخش‌های مربوط به حسگر فشار روی اضلاع غیرمرزی

در اینجا ترم شبه-لاپلاسین و بخش‌های مربوط به حسگر فشار روی اضلاع غیرمرزی و برای هر سلول محاسبه می‌شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

اطلاعات مربوط به شماره‌ی دو سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. ذخیره‌ی متغیر فشار مربوط به دو سمت ضلع

مقدار متغیر فشار در دو سمت ضلع در پارامترهای محلی ذخیره می‌شود.

1. تعیین مقدار ترم شبه-لاپلاسین برای سلول اصلی

مقدار ترم شبه-لاپلاسین برای سلول اصلی طبق رابطه ‏(10) تعیین می‌گردد و به مقدار قبلی آن اضافه می‌گردد.

1. تعیین مقدار ترم شبه-لاپلاسین برای سلول همسایه

مقدار ترم شبه-لاپلاسین برای سلول همسایه طبق رابطه ‏(10) تعیین می‌گردد و به مقدار قبلی آن اضافه می‌گردد.

1. تعیین ترم‌های مربوط به حسگر فشار در سلول اصلی

مقدار مجموع و اختلاف فشار در دو سمت ضلع و طبق رابطه ‏(18) برای سلول اصلی تعیین می‌گردد.

1. تعیین ترم‌های مربوط به حسگر فشار در سلول همسایه

مقدار مجموع و اختلاف فشار در دو سمت ضلع و طبق رابطه ‏(18) برای سلول همسایه تعیین می‌گردد.

1. حلقه‌ی مربوط به حسگر فشاری بر روی تمامی سلول‌ها

بر روی تمامی سلول‌ها یک حلقه بسته می‌شود تا ترم حسگر فشاری برای آن‌ها محاسبه شود.

1. محاسبه‌ی مقدار حسگر فشار برای هر سلول

حال پس از جمع نمودن مقادیر مربوط به مجموع و اختلاف فشار بر روی تمامی اضلاع هر سلول، مقدار حسگر فشار طبق رابطه ‏(18) در هر سلول محاسبه می‌شود.

1. محاسبه ماتریس ژاکوبین جابجایی و ترم اتلاف

در این بخش مقدار ماتریس ژاکوبین جابجایی و ترم اتلاف محاسبه می‌شود.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

اطلاعات مربوط به شماره‌ی دو سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. ذخیره بردارهای عمود و طول ضلع در پارامترهای محلی

در روش JST، به بردارهای عمود یکه نیاز می‌باشد برای این‌کار باید بردارهای عمود بر طول ضلع تقسیم گردد که در اینجا این‌کار انجام می‌شود. بنابراین بردارهای عمود یکه و همچنین طول ضلع در پارامترهای محلی ذخیره می‌شوند.

1. ذخیره اطلاعات سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

در این قسمت اطلاعات مربوط به متغیرهای اولیه سلول‌های سمت چپ و راست مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه سرعت صوت و آنتالپی

برای محاسبه‌ی شار جابجایی نیاز داریم تا سرعت صوت و آنتالپی در مرکز سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی تعیین گردد.

1. تعیین مقدار ثابت‌های موجود در ترم اتلاف

مقدار ثابت‌های موجود در ترم اتلاف طبق روابط ‏(15) و ‏(16) محاسبه می‌شوند.

1. میانگین‌گیری از متغیرهای سمت چپ و راست ضلع

برای محاسبه‌ی ماتریس ژاکوبین جابجایی (A) بر روی هر ضلع، مقدار متغیرهای جریان را در دو سمت آن ضلع میانگین می‌گیریم و در پارامترهای محلی ذخیره می‌کنیم.

1. محاسبه‌ی مقدار سرعت عمود بر ضلع

مقدار سرعت عمود بر ضلع با استفاده از متغیرهای میانگین‌گیری شده و طبق رابطه ‏(7) محاسبه گردیده و در پارامتر محلی ذخیره می‌شود.

1. محاسبه ضرایب مورد استفاده در ماتریس‌های بردار ویژه سمت چپ و راست

مقادیر ضرایب به‌کار رفته در محاسبه‌ی ماتریس‌های بردار ویژه سمت چپ و راست با استفاده از رابطه ‏(24) تعیین و در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت راست

درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت راست () طبق رابطه ‏(21) و با استفاده از متغیرهای میانگین‌گیری شده‌ی بخش ‏بخش 25:، محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ

درآیه‌های ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ () طبق رابطه ‏(22) و با استفاده از متغیرهای میانگین‌گیری شده‌ی بخش ‏بخش 25:، محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه‌ی درآیه‌های ماتریس مقادیر ویژه

مقدار درآیه‌های ماتریس مقادیر ویژه طبق رابطه ‏(23) و با استفاده از متغیرهای میانگین‌گیری شده‌ی بخش ‏بخش 25:، محاسبه می‌گردد.

1. تعیین مقدار شعاع طیفی ماتریس ژاکوبین

مقدار شعاع طیفی ماتریس ژاکوبین (A) برای تصحیح مقدار‌های ویژه طبق رابطه ‏(25) تعیین می‌گردد.

1. تصحیح مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین

مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین بر اساس پیشنهاد سوانسون و طبق رابطه‌ی ‏(25) تصحیح می‌گردد.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ماتریس ژاکوبین

از آنجا که برای هر ضلع یک ماتریس ژاکوبین مخصوص به خود داریم و در فرآیند محاسبه‌ی آن با یک پروسه‌ی اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم بنابراین باید قبل از شروع کردن به محاسبه‌ی این ماتریس، مقادیر تمام درآیه‌های آن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه ماتریس ژاکوبین

با در دست داشتن مقادیر ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ و راست و ماتریس مقادیر ویژه و استفاده از رابطه ماتریس ژاکوبین محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه‌ی بخشی از ترم اتلاف مربوط به ضلع

در این قسمت مقدار ترم اتلاف بدون در نظر گرفتن ماتریس ژاکوبین در رابطه‌ی ‏(19)، برای ضلع محاسبه می‌شود.

1. مقداردهی اولیه به آرایه مربوط به ماتریس ترم اتلاف مصنوعی

از آنجا که برای هر ضلع یک ماتریس ترم اتلاف مصنوعی مخصوص به خود داریم و در فرآیند محاسبه‌ی آن با یک پروسه‌ی اضافه کردن مقادیر به مقادیر قبلی مواجه هستیم بنابراین باید قبل از شروع کردن به محاسبه‌ی این ماتریس، مقادیر تمام درآیه‌های آن را برابر صفر قرار دهیم.

1. محاسبه‌ی ترم اتلاف مربوط به ضلع

مقدار ماتریس مربوط به ترم اتلاف با داشتن ماتریس ژاکوبین و شبه-لاپلاسین محاسبه می‌شود.

1. تعیین ترم اتلاف برای سلول اصلی

مقدار ترم اتلاف محاسبه شده در بخش قبل با علامت مثبت به مقادیر اتلاف سلول اصلی ضلع مورد بررسی اضافه می‌گردد.

1. تعیین ترم اتلاف برای سلول همسایه

مقدار ترم اتلاف محاسبه شده در بخش قبل با علامت منفی به مقادیر اتلاف سلول همسایه‌ی ضلع مورد بررسی اضافه می‌گردد.

1. محاسبه بخش جابجایی سلول‌های غیرمرزی

در اینجا بخش جابجایی سلول‌های غیرمرزی محاسبه می‌گردد.

1. ذخیره اطلاعات ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

اطلاعات مربوط به شماره‌ی دو سلول مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. ذخیره بردارهای عمود و طول ضلع در پارامترهای محلی

در روش JST، به بردارهای عمود یکه نیاز می‌باشد برای این‌کار باید بردارهای عمود بر طول ضلع تقسیم گردد که در اینجا این‌کار انجام می‌شود. بنابراین بردارهای عمود یکه و همچنین طول ضلع در پارامترهای محلی ذخیره می‌شوند.

1. ذخیره اطلاعات سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی در پارمترهای محلی

در این قسمت اطلاعات مربوط به متغیرهای اولیه سلول‌های سمت چپ و راست مجاور ضلع مورد بررسی در پارامترهای محلی ذخیره می‌گردد.

1. محاسبه سرعت صوت و آنتالپی

برای محاسبه‌ی شار جابجایی نیاز داریم تا سرعت صوت و آنتالپی در مرکز سلول‌های سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی تعیین گردد.

1. محاسبه مقادیر سرعت عمود بر ضلع

مقادیر سرعت عمود بر ضلع بر حسب متغیرهای سلول سمت چپ و راست ، با استفاده از رابطه ‏(7) محاسبه می‌گردد.

1. محاسبه شار جابجایی بر اساس متغیرهای اولیه سلول سمت چپ و راست

شار جابجایی عبوری از ضلع با توجه به رابطه ‏(6) و بر اساس متغیرهای اولیه سلول سمت چپ و راست برای استفاده در رابطه ‏(12) محاسبه و در پارامترهای محلی ذخیره می گردد.

1. محاسبه‌ی بخش جابجایی

بخش جابجایی با توجه به ماهیت مرکزی روش با میانگین گرفتن از شارهای سمت چپ و راست ضلع مورد بررسی محاسبه می‌شود.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول اصلی

مقدار بخش جابجایی محاسبه شده در بخش قبل (با علامت مثبت) به مقادیر سلول اصلی ضلع مورد بررسی اضافه می‌گردد.

1. تعیین بخش جابجایی معادلات برای سلول همسایه

مقدار بخش جابجایی محاسبه شده در بخش قبل (با علامت منفی) به مقادیر سلول همسایه ضلع مورد بررسی اضافه می‌گردد. علامت منفی بدلیل اینست که بردار عمود ضلع مورد بررسی، مربوط به سلول اصلی می‌باشد که این مقدار برای سلول همسایه با علامت منفی ظاهر می‌شود.

1. تعیین ترم اتلاف برای هر سلول

مقدار ترم اتلاف برای هر سلول با مقدار بخش جابجایی جمع می‌شود تا در رابطه‌ی ‏(12) مورد استفاده قرار گیرد.

1. مراجع

[1] Blazek, J., Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications. United Kingdom, Elsevier Science, 2nd Edition, 2005.

[2] Fletcher, C., Computational Techniques for Fluid Dynamics 1.Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2nd Edition, 1998.

[3] Jameson, A., Schmidt, W. and Turkel E., Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge Kutta Time Stepping Schemes. AIAA Journal, 1981, p. 81-1259.

[4] Jameson, A., The Origins and Further Development of the Jameson-Schmidt-Turkel (JST) Scheme. 33rd AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2015.

[5] Jameson, A., Baker, T. J. & Weatherill, N. P., Calculation of Inviscid Transonic Flow over a Complete Aircraft, AIAA Paper 86-0103, AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting, 1986.

[6] Mavriplis, D., J., Multigrid Solution of the Two-Dimensional Euler Equations on Unstructured Triangular Meshes. AIAA Journal, 1988, 26: p. 824-31.

[7] Holmes, D.G. and Connell SD. Solution of the 2D Navier-Stokes Equations on Unstructured Adaptive Meshes. AIAA [9th Computational Fluid Dynamics Conference](http://dx.doi.org/10.2514/MCFD89), 1989 , p. 25-39.

[8] Mavriplis D., J., Jameson, A. and Martinelli, L., Multigrid Solution of the Navier-Stokes Equations on Triangular Meshes. ICASE Report No. 89-11; 1989.

[9] Swanson RC, Turkel E. On Central Difference and Upwind Schemes. Journal of Computational Physics, 1992, 101:p. 292-306.

[10] Toro, E., Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics.Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 3th Edition, 2009.

[11] Pulliam, T., Zingg, D., Fundamental Algorithms in Computational Fluid Dynamics. Switzerland, Springer International Publishing, 1st Edition, 2014.

1. Jameson-Schmit-Turkel [↑](#footnote-ref-1)
2. Central Schemes [↑](#footnote-ref-2)
3. Artificial Dissipation [↑](#footnote-ref-3)
4. Odd/Even Decoupling [↑](#footnote-ref-4)
5. Diffuse [↑](#footnote-ref-5)
6. Flux Reconstruction [↑](#footnote-ref-6)
7. Baker [↑](#footnote-ref-7)
8. Weatherill [↑](#footnote-ref-8)
9. Second and Fourth Order Differences [↑](#footnote-ref-9)
10. Laplacian Operator [↑](#footnote-ref-10)
11. Laplacian of Laplacian [↑](#footnote-ref-11)
12. Pseudo-Laplacian [↑](#footnote-ref-12)
13. Loop [↑](#footnote-ref-13)
14. Spectral Radius [↑](#footnote-ref-14)
15. Scale [↑](#footnote-ref-15)
16. Contravariant Velocity [↑](#footnote-ref-16)
17. Smooth Flow Field [↑](#footnote-ref-17)
18. Right Eigenvector Matrix [↑](#footnote-ref-18)
19. Left Eigenvector Matrix [↑](#footnote-ref-19)